ARMA-GARCH 風險值模型預測績效實證
Empirical Study of Forecasting Performance on ARMA-GARCH VaR Model

洪儒瑤	古永嘉	康健廷
Hung, Ju-yao	Goo, Yeong-jia	Kang, Chien-ting
中華技術學院企管系	國立台北大學企管系主任	國立台北大學企管碩士
Department of Business Administration of CHIT	Department of Business Administration, National Taipei University	MBA, National Taipei University

摘　要

1996 年巴賽爾銀行監理委員會（BCBS）提出巴賽爾協議（Basel Accord）的修正案，將市場風險因素納入考量，以估算銀行機構應計提的資本準備，同時允許銀行擇取自行開發 VaR 內部模式或直接採用 Basle 提供的標準模式。我國財政部於 1998 年 5 月修正「銀行自有資本與風險性資產之範圍計算方法及未達標準之限制盈餘分配辦法」，將市場風險納入資本適足性之衡量，並於該年 7 月明訂銀行計算市場風險之方法有二：標準法與自有模型法（即 VaR 模型）。本文以 ARMA（m,n）+ GARCH（p,q）風險值模型來預測銀行的 VaR 值，並與最常被使用的三種模型--歷史模擬法、蒙地卡羅法與變異數-共變異數法作一比對，用以比較模型的預測效果。經過實證比較，發現 ARMA-GARCH 模型的整體表現比其他三個模型好。

關鍵字：風險值、歷史模擬法、蒙地卡羅法、變異數-共變異數法

ABSTRACT

Risk management has caught sight gradually since the Basel Accord on BCBS claimed banking institutes to build a systematic risk management procedures to manage quality and procedures of making loans in 1988. Later, the Group of Thirty published report of Value at Risk in 1993 meanwhile J.P. Morgan issued four-fifteen report in

1994 had put the VaR into indicator of risk management. In this study we exploit an ARMA（m,n）+ GARCH（p,q） model to predict the VaR of six commercial banks in Taiwan. To firmly decide the effectiveness we also evaluate the predicting performances of the model and compare with the three mostly used model Historical Simulation, Monte Carlo Simulation, Variance/Covariance Approach. Via the empirical results, we find the overall performances of ARMA（m,n）+ GARCH（p,q） model are better than the other three models.

Key words: VaR, Value at Risk, Historical Simulation, Monte Carlo Simulation, Variance/Covariance Approach, ARMA-GARCH

壹、導論

衍生性金融商品的出現造成金融市場交易更趨活絡，投資組合也更加複雜，而投資風險的衡量也趨於複雜。銀行機構在金融市場中，買賣不同性質的金融資產，以達到避險及提高盈餘的目的。在此一過程中，卻使得銀行暴露在高度的市場風險之中，假若操作不當，往往導致銀行產生鉅額的損失，甚至是面臨倒閉的危機。例如1998年美國長期資本管理基金（LTCM）投資俄羅斯債券，因流動性問題導致鉅額虧損；1995年英國霸菱銀行在日經指數期貨操作不當下，損失13.8億美元，百年老店面臨易手命運；1994年國內華僑銀行美國公債期貨投資虧損等。因此如何運用可行的測量工具精準預估風險大小，便成為銀行管理者重要的課題。

國際清算銀行的巴賽爾（Basel）銀行監理委員會鑑於國際性銀行紛紛從事證券、外匯及各種衍生性商品之交易，而這些交易所持有之部位隨著現貨價格之變動，使銀行暴露於市場風險之中，因此於 1994 年公布的「衍生性商品風險管理指南」與 95 年公布的「包括市場風險之巴賽爾資本協定之補充建議」（Planned Supplement to the Capital Accord to Incorporate Market Risks）建議採用風險值（VaR）作為衡量市場風險的工具之後，VaR 逐漸為各國銀行所採用，並成為銀行資產配置的標準。

我國財政部亦於1998年5月修正的「銀行自有資本與風險性資產之範圍計算方法及未達標準之限制盈餘分配辦法」中，將市場風險納入資本適足性之衡量，並於該年7月發佈「銀行自有資本與風險性資產計算方法說明」，明訂銀行計算市場風險之方法有二：標準法與自有模型法。由於標準法在衡量架構上並未考慮到各

類資產間報酬的相關性，而忽略其所可能產生的沖險效果，況且各銀行所持有之資產組合均具有相當程度的差異；因此，由銀行依本身相關條件自行發展適當之內部模型確有其必要性。但銀行若採用自有模型法者，須經財政部核准，而其中相關規定繁複，使得國內銀行望之卻步，僅有1　2家銀行將自有模型作為內部控管評估之用。

所謂風險值(Value at Risk, VaR)，簡單的定義就是：「市場風險的波動導致投資組合可能產生之最大損失。」而它會成為一個熱門的衡量市場風險的量化指標，則是因為管理當局僅透過一簡單的統計數據即可瞭解投資組合所面對的市場風險。若將風險值模型運用在銀行的風險管理上，則可衡量出銀行的整體風險性資產在面對市場價格波動之下所產生的最大可能損失。故銀行管理當局可利用該風險值來檢視銀行的資本是否足以吸收預期可能產生的損失，以便進一步做為銀行市場風險資本計提的標準。

由於潮流所趨, 歐洲各國央行也逐漸接受VaR作為其轄內銀行資本需求量與資本風險之衡量標準。實務上，一般多運用三種模型來估算VaR值，即歷史模擬法(Historical Simulation)、蒙地卡羅模擬法(Monte Carlo Simulation)與變異數-共變異數法(Variance-Covariance Approach)，但這三種方式對風險衡量的績效並不一致。

由於金融資產報酬往往不符合常態的假設，如高峰態及厚尾等現象，導致一般 VaR 模型有過於保守的傾向，且對極端值的估測效果也不佳。Cassuto(1995)認為金融性資產報酬的時間序列分析資料常具有波動群聚性（volatility clustering）的特色，即當價格有大幅波動現象時，下一期往往也會有大幅波動的現象，此隱含著殘差項的平方具有自我相關及異質變異的問題存在。這種情況無法由傳統的回歸模型來反映實際現象，而 Engle（1982）提出自我回歸條件變異數模型（Autoregressive Conditional Heteroskedastic，ARCH），卻可解決了上述問題。

Engle 考慮到條件變異數隨時間而改變的現象，因此將模型設定了時間序列資料條件變異數受到前期殘差項的影響，以期在模型中表現出時間序列資料具有異質變異數的特性。Bollerslev(1986)根據傳統 ARIMA 模型認定的方法，將移動平均的部分（即落遲期的條件變異數）加入 ARCH 模型，將其擴充為一般化自我迴歸條件異質變異數模型（GARCH Model)，使得 GARCH 不但允許條件變異數成為過去殘差平方項及過去條件變異數的函數，且使條件變異數的動態結構，同時達到彈性及精簡的目的。此外他更認為若將 GARCH 模型中的條件誤差項(conditional error)之分配假設為 t 分配，則更能充分反映出金融商品時間序列資料之數據具有高狹峰與厚尾（fat tails）的特性。在考慮到報酬率可能同時受到落後期報酬與落後期殘差的影響，因此將 GARCH 模型的平均數方程式修正為 ARMA 混合模式。因此，本文擬以 ARMA-GARCH 模型針對國內銀行的資產報酬率進行 VaR 值的計算，並與歷史模擬法、蒙地卡羅法、變異數-共變異數法進行比較，檢視以 ARMA-GARCH 模型預測 VaR 值績效是否較佳。

Jorion（1997）將VaR定義為：「某一特定期間中，在特定的信心水準下衡量因市場環境發生變動，使得某一特定投資組合或部位所可能發生最大損失的期望值。」在VaR衡量方法上，1995年J.P. Morgan於其RiskMetrics中建議以變異數/共變異數法(Variance/Covariance Approach)，作為衡量風險值的工具。爾後Hendricks(1996)再提出三種衡量風險值的模型：包括簡單加權移動平均法(Equally Weighted Moving Average Approach)、指數加權移動平均法(Exponentially Weighted Moving Average Approach)及歷史模擬法(Historical Simulation Approach)，前兩者皆為在假設其投資組合中各資產的報酬率為常態分配下，透過求算各資產之間的變異數/共變異數矩陣來估算風險值的方法，彼此間的差異在於對於變異數的估計方式不同。而歷史模擬法則是運用真實歷史資料，以百分位數的方式來求算特定信賴水準之下的風險值。

在風險值的驗證方面，巴賽爾銀行監理委員會（BCBS）提出了「回顧檢定」(Back Test)來檢測金融機構所申報的VaR是否正確，並提供乘數系統進行風險值的調整。我國金融局則規定使用內部模型計算市場風險資本需求的銀行必須針對其模型進行「緊縮測試」與「回顧檢定」。此外，Kupiec(1995)提出了「概似比檢定」（Likelihood Ratio Test；LR test）用來檢定各風險值模型所估計出之VaR值是否大到足以涵蓋到未來可能發生的實際值。

回顧檢定是利用過去一年的真實市場交易資料，來測試內部模式績效。在假設一年交易日為250日，信賴水準99%下，進行回顧測試時需比較以下兩者：

1.過去250個營業日，每日實際投資組合利潤與損失的情形。

2.銀行自有模型所估計之每日投資組合之利潤與損失情形。

將風險值預測與實際損失作一比較，估算實際損失高於預估的風險值的次數，若實際損失在風險值之外，就被記為一個「例外數」(exceptions)，估算一年間的總例外數目，即為回顧檢定。

在乘數系統方面，我國財政部規定乘數因子主要由3個部分所加總而成。

1.最低乘數因子3。

2.在回顧檢定下，由過去250個交易日所產生之例外數決定所需之附加因子（plus factor），該附加因子的範圍在0　1之間。

3.其他經財政部認為需增加之附加因子。

例外數決定附加因子如表1，表中「綠區」表銀行所使用之模型無正確性上的問題；「黃區」則表示例外數的結果指出模型品質與正確性有疑慮，但無決定性的結論；「紅區」則可確定銀行風險模型有問題，主管機關得視情形限制銀行使用該模型。

表 1　由過 250 天之回顧檢定例外數決定附加因子

	例外數	附加因子	乘數因子
綠區	0	0.00	3
	1	0.00	3
	2	0.00	3
	3	0.00	3
	4	0.00	3
黃區	5	0.40	3.40
	6	0.50	3.50
	7	0.65	3.65
	8	0.75	3.75
	9	0.85	3.85
紅區	10個以上	1.00	4.00

資料來源：財政部金融局，1998年7月

Kupiec(1995)所提「概似比檢定」的基本假設是 $N \sim b(T,p)$，亦即發生損失超過風險值的事件次數N服從機率p為失敗水準的二項分配，其機率分配函數是：

$$P(N,p,T)=\begin{bmatrix} T \\ N \end{bmatrix}(1-p)^{\mathrm{T-N}}\,p^{\mathrm{N}}$$

T ：為觀察期間的總樣本數。

N ：為T．p，即臨界值的水準值（即合理失敗次數）。

p ：欲檢定的失敗水準。

欲檢定虛無假設為：$H_0 : p \leqq \alpha$

而其檢定統計量為：

$$LR = -2\ln\left[(1-\alpha)^{T-N}\alpha^{N}\right] + 2\ln\left\{\left[1-(\frac{N}{T})\right]^{T-N}(\frac{N}{T})^{N}\right\} \sim \chi_{\alpha}(1)$$

假設$\alpha = 0.01$,則檢定統計量為$\chi_{0.01}(1) = 6.635$

若$LR > \chi_{0.01}(1)$,表示拒絕虛無假設，失敗機率不為α

貳、研究設計

由於我國於2001年7月公布金融控股公司法後，金融界掀起一股金融合併的風潮，金融合併後勢必會影響到資產報酬率的估算與公司股價，因此本文在研究對象的選取上，刻意排除2002年12月前加入金控公司的商業銀行，故選取彰化銀行、新竹商銀、台北商銀、農民銀行、高雄銀行與聯邦銀行等六家上市商業銀行，利用1999年1月　2002年12月間總樣本數近4000筆的股價資料，分別以歷史模擬法、蒙地卡羅法、變異數-共變異數法與ARMA-GARCH模型，求算其VaR值，並比較其衡量績效。

在進入四種內部模型前，先以股價資料進行單根檢定，判定模型是否可以採用原始水準的變數，或者需經過差分方式來調整，將非恆定數列轉換成恆定數列。然後再分別以四種模型求算其VaR值，並比較其衡量績效優劣。

四種模型估算VaR值程序如下：

一、歷史模擬法

歷史模擬法係以過去實際資產的價格來預估未來價格可能變動的情形。其步驟如下：

1.設定歷史窗口的長短，找出歷史窗口中的每日股價，S1,S2,S3,….,Sn。

2.利用前n+1期的資料，估算$\Delta S(i-1) = S_i - S_{i-1}$，亦即股價的波動，共得n期的$\Delta S(i-1), i = 2,3,\ldots,n+1$（1表前1期，其餘類推），例如利用前101期資料，求得100期的$\Delta S(i)$，圖示如下：

3.將上述求得之100筆變動量，加上目前的股價S_0，則可模擬出100筆一天後的股價：

$$S_1^*(1) = S_0 + \Delta S(1)$$
$$S_1^*(2) = S_0 + \Delta S(2)$$
$$\vdots$$
$$S_1^*(i) = S_0 + \Delta S(i)$$
$$\vdots$$
$$S_1^*(100) = S_0 + \Delta S(100)$$

$S_1^*(i)$表示1天後，第i筆股價模擬值。

4.將上述模擬資料予以排序，再找出顯著水準α的左尾臨界值，再除以S_0，即為以報酬率表示的VaR值。

5.將S_{n+1}剔除，加入S_0，計算下一期的VaR預估值，依據此步驟重覆計算至最後一期的VaR。

歷史模擬法主觀認定歷史窗口大小，往往造成預估結果失真的現象；此外，也無進行敏感度分析，不易進行數學解析性的處理。

二、蒙地卡羅法

蒙地卡羅法通常包含了有母數與無母數兩種，有母數蒙地卡羅法又因風險因子個數或考慮因子間相關性與否而分成單因子與多因子蒙地卡羅模擬；而無母數蒙地卡羅法又稱為「拔靴（Bootstrap）複製法」。本文只考量到股價報酬率，因此採用有母數單因子蒙地卡羅模擬。執行蒙地卡羅法時，需先假設某一風險因子的路徑隨機過程與特定參數，藉著電腦快速運算的能力，模擬出其他風險因子的可能路徑。因此須事先得知該風險因子的分配型態，再藉由隨機過程表達路徑，即可透過蒙地卡羅模擬技術，將VaR求出。

不過，基於分配的未知性與模型操作便利性，在使用蒙地卡羅法時常會假設風險因子的變動呈現幾何布朗運動(Geometric Brownian Motion，GBM)的隨機過程。蒙地卡羅法可適用於各種資產上，具有高度彈性，此外可以處理非線性與非常態的資產，同時也適合作敏感度分析與壓力測試；不過蒙地卡羅模擬法忽視極端值的影響，其預估結果不易解釋且需事先得知或揣測風險因子的實際分配，模型風險不易消除，且難以修正。

蒙地卡羅法步驟如下：

1.進行股價隨機過程GBM模擬時，所模擬的股價符合對數常態分配，其瞬間報酬率符合下列數學式：

$$\frac{dS}{S} = \mu \ dt + \sigma \ dz = \mu \ dt + \sigma \ \varepsilon \ \sqrt{dt}$$

S ：為股價

μ dt ：為股價之成長率

σ ：為股價波動之瞬間標準差

dz ：表一標準的韋那過程（standard Wiener process），且 $dz = \varepsilon \ \sqrt{dt}$ 。

ε ：表標準常態亂數

2.透過上述幾何布朗運動（GBM）模擬的過程，則可得到t+1期與t期間的股價關係式，如下列公式：

$$S_{+1} = S_0 \times e^{(\mu - 0.5\sigma^2)d \ t + \sigma \ dz}$$

本文模擬之股價為每日股價，因此d t =1表示為一天。

3.因為 $dz = \varepsilon \ dt$ ，且 $\varepsilon \sim N(0,1)$ ；假設每一標的股一年的實際交易日共250 天，隨機抽取誤差項 ε 後，依據上式t+1期與t期間的股價關係式產生每一天股價的觀察值，依據此關係式可得一年250 天的模擬股價。

4.利用所模擬出來的股價資料求算各期股價變動量，以移動視窗的方式，如同歷史模擬法的模型，求算前100期各期的模擬股價的變動量，再予以排序找出顯著水準α下的臨界值，再將此臨界值除以第101期實際股價即得以報酬率表示的VaR估計值。

三、變異數-共變異數法

變異數-共變異數法是摩根銀行建議採用的 VaR 評價模型，其前提假設為報酬率機率分配呈常態，且觀察值之間序列相關不存在，以及假設報酬的期望值為零。短期持有資產的 VaR，其報酬率通常會接近於零，且投資者較關切於投資損失的風險，而較不在意獲利的可能性，因此可以假設期望報酬率 μ 為 0，求算不含報酬率的相對風險值。

在幾何布朗運動（GBM）模擬下：

$$\frac{dS}{S} = \mu \; dt + \sigma \; \varepsilon \; \sqrt{dt}$$

$$\Rightarrow \Pr ob \left[\frac{dS}{S} < VaR \right] = \alpha$$

$$\Rightarrow \Pr ob \left[\frac{\frac{dS}{S} - \mu \; dt}{\sigma \; \sqrt{dt}} < \frac{VaR - \mu \; dt}{\sigma \; \sqrt{dt}} \right] = \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{VaR - \mu \; dt}{\sigma \; \sqrt{dt}} = Z_{\alpha}$$

假設 μ＝0，$\Rightarrow VaR = Z_{\alpha}\sigma \sqrt{dt}$

其中，S：股價

μ：期望報酬率

σ：為每日股價報酬率的標準差

dt：計算期間，本研究以每日股價為準，因此 dt=1

Z_{α}：表示標準常態分配累積至 Z_{α} 的機率為 α

若資產組合（W）中，風險因子不僅包含有價證券，甚至包含匯率、黃金與其他商品等，則 σ_w 則需賴以共變異數估算法來估計之，其方法如下：

假設投資組合現值為 W_0 且包含 n 種資產，則 $W_0 = \sum_{i=1}^{n} w_i S_i$，投資組合的報酬率為 $R_w = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i$，其中 w_i 為第 i 個風險性資產佔所有資產的比重，$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$，S_i 表第 i 個風險性資產的價值，R_i 為第 i 個風險性資產的報酬率。

$$\sigma_w^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j \neq i}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} w_i \sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1,\, j>i}^{n} w_i w_j \sigma_{ij}$$
$$= \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \Lambda & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \Lambda & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \Lambda & \sigma_{2n} \\ \Lambda & \Lambda & \Lambda & \Lambda \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \Lambda & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \Lambda \\ w_n \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow VaR = Z_\alpha \cdot \sqrt{\sigma_w^2} \cdot \sqrt{dt}$$

其中，$\sigma_{ij} = \mathrm{cov}(\frac{dS_i}{S_i}, \frac{dS_j}{S_j})$ for $1 < i, j < n$。

σ_w^2為各風險性資產報酬率的變異數-共變異數估計值。

以變異數-共變異數法求算VaR時，僅需先確定各標的風險性資產的權重，再利用變異數估計模型，估計各標的資產的共變異數，在利用前述變異數-共變異數VaR公式求算VaR即可。仍運用資料移動視窗的方式，逐期計算各期VaR預估值。變異數-共變異數評價法操作簡單，運算公式也相對簡易；但由於須先假設資產報酬率符合常態分配，因此存在模型風險，且無法進行敏感度分析，忽略了極端值，若分析期間過長，則無法適用於非線性的資產。

此外，為解決原始資料不符合常態假設的問題，Hull & White(1998)提出混合常態之G轉換函數，將原始資料的報酬率修正呈與常態分配具有相同峰態與偏態的資料集合。

G轉換函數如下：

$$f_{ij} = N^{-1}[G_{ij}(R_{ij})]$$
$$\Rightarrow N(f_{ij}) = G_{ij}(R_{ij})$$

其中，R_{ij}為第i天，第j個風險因子的原始資料報酬率集合。

f_{ij}為轉換後符合常態分配的報酬率資料集合。

G_{ij}為我們預估的R_{ij}雙常態累積函數。

N為常態分配累積機率函數。

透過上述常態分配轉換的過程，轉換後的序列資料集合f_{ij}便可援用到以常態分

配為假設前提的風險值模型估算，如此一來便可降低因序列資料不符合常態假設而造成估算誤差的風險。

假設 g_i 為兩個常態機率分配依照 p 與(1-p)的比例結合成的雙常態分配，第一個常態分配的的比重為 p，其變異數為 $u^2\sigma_i^2$；第二個常態分配的比重為（1-p），其變異數為 $\nu^2\sigma_i^2$。則混合常態機率密度分配函數 g_i 為

$$g_i(R_i) = \frac{p}{\sqrt{2\pi}u\sigma_i}\exp\left[-\frac{R_i^2}{2u^2\sigma_i^2}\right] + \frac{(1-p)}{\sqrt{2\pi}\nu\sigma_i}\exp\left[-\frac{R_i^2}{2\nu^2\sigma_i^2}\right]$$

其累積機率分配函數 G_i 為

$$G_i(R_i) = pN[\frac{R_i}{u\sigma_i}] + (1-p)N[\frac{R_i}{\nu\sigma_i}]$$

其中 σ_i^2 為風險因子 e_i 的報酬率變異數。

上式為包含了 u、ν、p、σ_i 四個參數的混合常態分配，在保證轉換前後的變異數需一致下，混合常態之變異數必與原始資料之變異數相同。因此，

$$pu^2\sigma_i^2 + (1-p)\nu^2\sigma_i^2 = \sigma_i^2$$
$$\Rightarrow pu^2 + (1-p)\nu^2 = 1$$

u、ν、p、σ_i 四個參數中，σ_i^2 可以透過簡單加權平均、指數加權平均與GARCH模型來估算，因此在參數估算上，可以將 σ_i^2 先估算出來，而另外三個參數 u、ν、p 則可藉由 $pu^2 + (1-p)\nu^2 = 1$ 關係式與最大概似法估計之。

運用Hull & White 的混合常態函數時要注意的是，在轉換時需要運用到風險因子的歷史報酬率，因此較適用於具線性特性的資產，如股票與外匯等；在非線性資產上由於計算複雜，較不適用。

四、ARMA-GARCH 模型

當資產組合趨向大型且複雜化時，一般常用的歷史模擬法、蒙地卡羅法與變

異數-共變異數評價法的實證績效往往無法令人滿意。大型資產組合的投資報酬是暴露在成千上萬的風險因子中，而因實證研究模型操作的便利性考量，僅選取幾個主觀認定重要的風險因子放進模型。

在考慮到報酬率可能同時受到落後期報酬與落後期殘差的影響，因此將 GARCH 模型的平均數方程式修正為 ARMA 混合模式如下，

$$r_t = \mu + \theta_1 r_{t-1} + \theta_2 r_{t-2} + \cdots + \theta_m r_{t-m} + \varepsilon_t + \vartheta_1 \varepsilon_{t-1} + \vartheta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \vartheta_n \varepsilon_{t-n}$$

$$\Rightarrow r_t = \mu + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^{m} \theta_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^{n} \vartheta_j \varepsilon_{t-j}$$

其中$\varepsilon_t \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_t)$，而$\sigma_t$的動態過程（即 GARCH 的變異數方程式）如下：

$$\sigma_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1} + \beta_2 \sigma_{t-2} + \cdots + \beta_p \sigma_{t-p}$$

$$\Rightarrow \sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-q}^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \sigma_{t-j}$$

上式α, β都是被估計的參數。採用上述標準 GARCH 模型，在假設 GARCH 模型為條件常態分配模型下，第 t 時點左尾 0.01 臨界值（即 99%信賴水準下的 VaR 估計值）的 Z 分數計算如下：

$$Z_{0.01} = -2.33 = \frac{VaR_t - \hat{r}_t}{\sqrt{\hat{\sigma}_t}} \Rightarrow VaR_t = \hat{r}_t - 2.33\sqrt{\hat{\sigma}_t}$$

$\hat{r}_t$是由平均數方程式所估計出來，而$\hat{\sigma}_t$則由變異數方程式所估得。

ARMA（m,n）+GARCH(p,q)模型的操作步驟如下：

(一)估算 ARMA（m,n）與 GARCH(p,q)的最適 m,n,p,q 階數。

(二)為在初期取得穩定的模型估計，前 n 期歷史資料將被用來估算模型的參數。

(三)將最適模型參數估算出來後，求算第 n+1 期報酬率估計值$\hat{r}_{n+1}$與第 n+1 的變異數估計值$\hat{\sigma}_{n+1}$，並帶入$VaR_{n+1} = \hat{r}_{n+1} - 2.33\sqrt{\hat{\sigma}_{n+1}}$公式中，依此步驟逐期計算 VaR 值。

利用前 100 期樣本資料進行 GARCH 模型的參數估計，將最適的參數估計帶入模型中，求算第 101 期的 VaR 預估值，作為比較基期，使得模型績效的比較期間取得一致。

最後，在評估四種模型的績效指標上，一般分成兩大類：

1.象徵性比較指標：利用模型估測後資料之統計特徵量數，如 μ、σ、ρ、相對均方根偏差（Root Mean Squared Relative Bias,RMS）與回溯測試百分比（Back）等作直覺性的概略評比；

2.驗證性指標：包含 LR 檢定法、Z 檢定法、失敗比率（Uncovered Loss Ratio,ULR)、未覆蓋二次值（Uncovered Quadratic Value,UQV)、滿足覆蓋乘數（Multiple to Attain Desired Coverage,MAC）與尾端覆蓋乘數平均（Average Multiple of Tail Event to Risk Measure,AMT）等。

本文採用 μ、σ、ρ、回溯測試百分比四個象徵性比較指標，以及 LR 檢定法、Z 檢定法二項驗證性指標，作為本文模型績效的評估指標。

參、實證過程與結果

本文選取民國 88 年 1 月　91 年 12 月期間台灣上市商業銀行的每日股價，而自政府於民國 90 年 7 月公布金融控股公司法後，有不少銀行轉型為金控集團，如華南商業銀行，轉型題材刺激股價，導致股價波動劇烈，此外轉型為金融控股公司後，難免對該銀行資產報酬率造成影響進而影響股價，造成實證分析出現極端值與轉型時點前後波動落差過大，因此在樣本選取上刻意排除了在研究期間已轉形成金控公司的商業銀行。研究資料中包含了國內彰化銀行、新竹商銀、台北商銀、農民銀行、高雄銀行、聯邦銀行六家上市商業銀行。

表 2　原始資料樣本分析表

商業銀行 / 比較項目	彰化銀行	新竹商銀	台北商銀	農民銀行	高雄銀行	聯邦銀行	標準常態分配
樣本期間	88/1/5~ 91/12/31	88/1/5~ 91/12/31	88/1/5~ 91/12/31	88/1/5~ 91/12/31	88/1/5~ 91/12/31	88/1/5~ 91/12/31	-
樣本大小	1024	1024	1024	1023	1024	1024	-
最大值	0.07000	0.10294	0.07114	0.07364	0.07000	0.07000	-

最小值	-0.07905	-0.09697	-0.10704	-0.10000	-0.10175	-0.08911	-
平均數	-0.00039	-0.00013	-7.3E-06	-0.00042	0.00052	0.00015	-
標準差	0.02984	0.03027	0.02874	0.03153	0.02757	0.02904	-
偏態	0.29192	0.32051	0.22540	0.02623	0.31215	0.36159	0
峰態	3.24840	3.41130	3.53649	3.06666	3.62479	3.37117	3

由表 2 可以發現七組樣本資料分配的偏態皆呈現右偏；而峰態也明顯高於常態峰（Kurtosis＝3），傾向高狹峰的型態。由於原始資料分配在偏態與峰態特徵上與常態分配大相逕庭，因此當應用的模型有常態假設時，需事先針對原始資料作常態轉換。

在實證分析之前，先進行單根檢定，以確認所應用的變數資料是否為恆定的時間序列。本文以 ADF 檢定法來檢測上市銀行每日股價報酬率是否具有單根，結果如表 3:

表 3　六家銀行每日股價報酬率之 ADF 單根檢定表

ADF 檢定統計量	彰化銀行	新竹商銀	台北商銀	農民銀行	高雄銀行	聯邦銀行
含截距項 [a]	-17.43072*	-16.87471*	-17.43444*	-16.47393*	-17.62887*	-17.69391*
含截距項與趨勢項 [b]	-17.43860*	-17.00977*	-17.44769*	-16.47080*	-17.64507*	-17.70036*
不含截距項與趨勢項 [c]	-17.43154*	-16.88100*	-17.44217*	-16.47022*	-17.62928*	-17.70173*

註：臨界值的選取參考 Mackinnon（1991）:

a: 1%臨界值為-5.999, 5%臨界值為-2.738

b: 1%臨界值為-8.353, 5%臨界值為-4.039

c: 1%臨界值為-1.96, 5%臨界值為-0.398

由上表知，6 組樣本資料由於採用每日股價報酬率，即一次差分後的資料，皆明顯拒絕存在單根，表示本研究所採用的資料皆為恆定數列，得以進行時間數列的模型分析。

接著利用四種模型進行實證：

一、歷史模擬法：以移動視窗法，利用前 n 期股價的變動量估算第 n+1 期的 VaR 值，在 1%的顯著水準下，估算前 n 期股價變動量之左尾 1%的百分位數。再將此百分位數除以第 n+1 期的實際股價，求算第 n+1 期以報酬率表現的 VaR 預估值。視窗期間定為 100（n=100）期，利用前 100 期資料估算第 101 期的

VaR 值，再利用第 2 期到 101 期的資料估算第 102 期的 VaR 值，不斷重覆此步驟，直到最後一期的 VaR 估算出來為止。

由於原始資料股價受到除息除權日的影響，在計算股價報酬率上會發生比較基期較低的問題，導致股價的日報酬率有可能會發生高於 7%漲跌幅狀況。將歷史模擬法所估算之 VaR 與實際報酬率作一比較，各商業銀行出現的例外數（exceptions）與 VaR 基本統計量整理如表 4：

表 4　歷史模擬法-報酬率與 VaR 摘要統計量表

比較項目 / 商業銀行	觀察樣本數	實際報酬率第 1 個百分位數	平均 VaR	例外數個數	例外數平均值
彰化銀行	924	-0.068128	-0.073406	13	-0.065964
新竹商銀	924	-0.068741	-0.069281	8	-0.061065
台北商銀	924	-0.068167	-0.070166	15	-0.066872
農民銀行	923	-0.068247	-0.075396	10	-0.064392
高雄銀行	924	-0.066599	-0.065853	13	-0.064451
聯邦銀行	924	-0.065964	-0.069922	12	-0.060803

由於我國對個股的漲跌幅有上下 7%的限制規定, 因此各組觀察樣本實際報酬率的第一個百分位數皆落於 7%以內，是合理的現象。而在 1%的顯著水準下，所能容忍的最大例外數個數為觀察樣本數乘以 1%，因此合理的例外數個數應為 9.2 個（924*1%），但表 4 中的例外數，除新竹商銀外，其餘明顯偏高；而六家商業銀行平均的 VaR 值即使明顯低於的第一個百分位數（即左尾 1%）也不保證例外數會較少，如農民銀行。歷史模擬法雖簡單且易於直覺判斷，但因主觀給定歷史視窗大小，因此影響到預估的準確性，且由於歷史模擬法乃根據前期資料進行預測，因此對突發性的極端值無法立即反應，造成預測誤差（例外數）的次數會有偏高的現象。

二、蒙地卡羅模擬法：仍以移動視窗法，利用蒙地卡羅所模擬出的前 100 期股價，估算第 101 期的股價報酬率。比較蒙地卡羅法所估算之 VaR 與實際報酬率後，可以發現蒙地卡羅模擬的資料因隨機產生，因此 VaR 值呈現不規則的跳動，各商業銀行出現的例外數（exceptions）與 VaR 基本統計量整理如表 5：

表 5　蒙地卡羅模擬法-報酬率與 VaR 摘要統計量表

比較項目 / 商業銀行	觀察樣本數	實際報酬率第 1 個百分位數	平均 VaR	例外數個數	例外數平均值
彰化銀行	924	-0.068123	-0.077847	7	-0.066884
新竹商銀	924	-0.068735	-0.076285	14	-0.063615
台北商銀	924	-0.068166	-0.074057	16	-0.068560
農民銀行	923	-0.068242	-0.083893	10	-0.066687
高雄銀行	924	-0.066588	-0.069915	10	-0.065132
聯邦銀行	924	-0.065942	-0.074872	7	-0.063004

針對彰化銀行、聯邦銀行而言，蒙地卡羅大幅修正了例外數出現的次數，而除新竹商銀、台北商銀兩組資料外，其餘的預測效果均得到了改善。不過在 VaR 平均值的比較上，蒙地卡羅法明顯高於歷史模擬法，因此該模型恐有過於保守之嫌。

三、變異數與共變數法：本模型需符合常態分配的前提假設，因此在資料的轉換上較複雜。先利用一般化自我迴歸條件異質變異數模型（GARCH），藉由 GARCH 的變異數方程式將各期的標準差數列求算出來，以利於 Hull & Whit e 混合常態之 G 轉換函數參數的估算。GRACH 模型配適前先經由 Ljung-Box Q 或 LM 兩種檢定法檢測序列的殘差變異數是否具有 ARCH 效果（波動群聚性效果），若不具 ARCH 效果，則無法運用 GARCH 模型。表 6 為樣本資料的 Ljung-Box Q 與 LM 檢定表。

由上表 6　Ljung-Box Q 與 LM 檢定表

銀行 / 落差期數	彰化銀行		新竹商銀		台北商銀	
	統計量	P-value	統計量	P-value	統計量	P-value
Q（6）	64.458	0.000*	187.372	0.000*	105.936	0.000*
Q（12）	97.704	0.000*	256.180	0.000*	132.725	0.000*
LM（6）	43.691	0.000*	98.195	0.000*	61.855	0.000*
LM（12）	55.076	0.000*	104.850	0.000*	65.547	0.000*

表 6　Ljung-Box Q 與 LM 檢定表 (續)

銀行 / 落差期數	農民銀行		高雄銀行		聯邦銀行	
	統計量	**P-value**	統計量	**P-value**	統計量	**P-value**
Q（6）	164.224	0.000*	171.247	0.000*	288.906	0.000*
Q（12）	201.681	0.000*	229.111	0.000*	369.869	0.000*
LM（6）	96.569	0.000*	97.172	0.000*	144.867	0.000*
LM（12）	103.163	0.000*	103.927	0.000*	155.174	0.000*

**表顯著拒絕水準達 1%；*表顯著拒絕水準達 5%

表可知，本文採用之六組資料皆具有殘差變異數波動群聚性效果，故可以 GARCH 模型來配適樣本資料。

GARCH 模型由平均數方程式與變異數方程式所組成，在建構平均數方程式時，需先確認 ARMA（m,n）的階數，表 7 為各組資料的最適 ARMA（m,n）的係數 P-value 檢定。

表 7　ARMA（m,n）係數 P-value 檢定表

銀行 / ARMA(m,n)	彰化銀行 **ARMA (2,2)**		新竹商銀 **ARMA (2,1)**		台北商銀 **ARMA (2,1)**	
	係數	Z 統計量	係數	Z 統計量	係數	Z 統計量
常數項	-0.0010	-1.054	-0.0009	-1.0032	-0.0005	-0.6142
AR（1）	-0.3376	-10.71**	-0.8547	-12.85**	-0.7319	-3.53**
AR（2）	-0.9168	-32.71**	0.0019	0.0544	-0.0233	-0.614
MA（1）	0.3346	12.73**	0.8997	16.76**	0.7488	3.72**
MA（2）	0.9455	38.42**	-	-	-	-

表 7　ARMA（m,n）係數 P-value 檢定表 (續)

銀行 / ARMA(m,n)	農民銀行 **ARMA (2,1)**		高雄銀行 **ARMA (1,1)**		聯邦銀行 **MA（1）**	
	係數	Z 統計量	係數	Z 統計量	係數	Z 統計量
常數項	-0.0013	-1.283	-0.0008	-0.951	-0.0005	-0.538
AR（1）	-0.7053	-4.90**	-0.7220	-4.26**	-	-
AR（2）	0.0154	0.367	0.7779	5.02**	-	-
MA（1）	0.7939	5.71**	-	-	0.0706	2.07*
MA（2）	-	-	-	-	-	-

**表顯著拒絕水準達 1%；*表顯著拒絕水準達 5%

在決定各組樣本資料的 ARMA（m,n）階數後，接著建構 GARCH 的變異數方程式，表 8 為各組樣本資料最適 GARCH（p,q）階數的係數檢定表。

表 8　GARCH 模型係數與統計量表

銀行 / GARCH(p,q)	彰化銀行 GARCH（1,1）		新竹商銀 GARCH（1,1）		台北商銀 GARCH（1,1）	
	係數	Z 統計量	係數	Z 統計量	係數	Z 統計量
ARCH（1）	0.0941	3.52**	0.1349	4.98**	0.1228	4.09**
GARCH（1）	0.7979	12.9**	0.8194	25.8**	0.7498	12.7**

**表顯著拒絕水準達 1%；*表顯著拒絕水準達 5%

表 8　GARCH 模型係數與統計量表 (續)

銀行 / GARCH(p,q)	農民銀行 GARCH（1,1）		高雄銀行 GARCH（1,1）		聯邦銀行 GARCH（1,1）	
	係數	Z 統計量	係數	Z 統計量	係數	Z 統計量
ARCH（1）	0.1554	4.33**	0.1445	5.02**	0.1654	5.00**
GARCH（1）	0.7317	13.4**	0.7820	20.6**	0.7676	19.1**

**表顯著拒絕水準達 1%；*表顯著拒絕水準達 5%

將 ARMA-GARCH 模型建構出來後，利用報酬率數列與 ARMA-GARCH 模型估算出的各期變異數數列，來估算出 G 轉換函數中的雙常態累積函數（$G_i(R_i)$）的 p、v 參數，再經由 $pu^2 + (1-p)v^2 = 1$ 的關係式推估參數 u，表 9 為各組資料 G 函數的 p、v 參數估算表。

表 9　G 函數 p、v 參數估算表

銀行 / 參數	彰化銀行	新竹商銀	台北商銀	農民銀行	高雄銀行	聯邦銀行
p	0.74719**	0.81705**	0.59236**	0.78488**	0.85606**	0.72515**
v	0.43314**	0.42266**	0.59570**	0.36017**	0.26248*	0.47334**
u	1.12910	1.08808	1.20165	1.10661	1.07543	1.13758

**表顯著拒絕水準達 1%；*表顯著拒絕水準達 5%

將 G 函數參數估算出來後，利用 z 分數轉換方法，利用雙常態分配累積至 R_i 的機率等於轉換成常態分配後累積至 f_i 的原理，逐步將所有 R_i 資料轉換成具常態分配的 f_i。

將具由常態分配的 f_i 資料集合轉換出來後，藉著移動視窗法，先利用前 100 期的 f_i 求算第 101 期的 VaR，再帶入 $VaR = Z_\alpha * \sigma_i$ 的公式中求算 101 的 VaR 值。接著利用移動視窗的方式，逐步求算出至最後一期的 VaR 值為止。各商業銀行出現的例外數（exceptions）與 VaR 基本統計量整理如表 10：

表 10　變異數-共變異數法-報酬率與 VaR 摘要統計量表

比較項目 / 商業銀行	**觀察樣本數**	**實際報酬率第 1 個百分位數**	**平均 VaR**	**例外數個數**	**例外數平均值**
彰化銀行	922	-0.068128	-0.068565	8	-0.067260
新竹商銀	922	-0.068741	-0.067653	13	-0.064468
台北商銀	922	-0.068167	-0.066290	17	-0.069268
農民銀行	921	-0.068247	-0.073761	11	-0.064881
高雄銀行	923	-0.066592	-0.062534	16	-0.067199
聯邦銀行	924	-0.065957	-0.066756	9	-0.064739

由於本模型需經過 G 函數的常態轉換，因此需先將資料進行 ARMA-GARCH 的配適，受到落差期數的影響，觀察樣本數也作了修正，故在觀察樣本數上與歷史模擬法和蒙地卡羅法有些出入。在平均 VaR 的比較上，變異數法較歷史模擬法與蒙地卡羅法低，表示變異數法並未如同前兩項模型一樣的保守。

四、ARMA-GARCH 模型：利用 ARMA-GARCH 模型公式，逐步求出各期報酬率與變異數的預估值，在假設 GARCH 模型為條件式常態分配下，將各期報酬率與變異數預估值帶入 $VaR_t = \hat{r}_t - 2.33\sqrt{\hat{\sigma}_t}$ 算式中，求出各期 VaR 估計值，將各商業銀行出現的例外數（exceptions）與 VaR 基本統計量整理如表 11：

表 11　ARMA-GARCH 法-報酬率與 VaR 摘要統計量表

比較項目 商業銀行	觀察樣本數	實際報酬率第 1 個百分位數	平均 VaR	例外數個數	例外數平均值
彰化銀行	922	-0.068128	-0.069643	7	-0.068917
新竹商銀	922	-0.068741	-0.069896	9	-0.067427
台北商銀	922	-0.068167	-0.065910	9	-0.072847
農民銀行	921	-0.068247	-0.073057	7	-0.069613
高雄銀行	923	-0.066592	-0.062497	11	-0.066964
聯邦銀行	924	-0.065957	-0.065314	9	-0.063533

與前述三個模型比較，在相同的比較期間與相同觀察樣本之下，可以發現利用 ARMA-GARCH 模型來預測 VaR 值，出現例外數的機率相當的小；整體來說，ARMA-GARCH 模型的例外點個數明顯比其他模型要來的少，上表中除高雄銀行的例外數超過 9.24 外，其餘五家的銀行的預測績效均有令人驚喜的效果。ARMA-GARCH 模型在報酬率的極端值捕捉上有著相當不錯的效果，當實際報酬率出現極端虧損時，ARMA-GARCH 模型的 VaR 預估值也會向下修正，因此也勢必減少預測誤差（例外數）的出現。

在四種模型的預測績效比較上，如表 12：

表 12　各模型在各項指標的比較表

指標 銀行與 VaR 模型		象徵性比較指標				驗證性比較指標	
		μ	**σ**	**ρ**	**Back test (次)**	**LR test**	**Z test**
彰	**歷史模擬法**	0.073353	0.017724	0.119184	3.517**	1.372070	1.243181
化	**蒙地卡羅法**	0.077847	0.018430	0.004498	1.894	0.598636	-0.740618
銀	**變異數-共變異數法**	0.068565	0.009840	-0.006618	2.169	0.170694	-0.403810
行	**ARMA-GARCH 模型**	0.069643	0.010226	-0.084922	1.898	0.588887	-0.734801
新	**歷史模擬法**	0.069236	0.015869	0.140253	2.165	0.176075	-0.409985
竹	**蒙地卡羅法**	0.076285	0.021667	-0.015492	3.788**	2.139244	1.573814
商	**變異數-共變異數法**	0.067658	0.015642	-0.027201	3.525**	1.388608	1.251148
銀	**ARMA-GARCH 模型**	0.069896	0.018587	-0.076212	2.440	0.005345	-0.072818
台	**歷史模擬法**	0.070107	0.017723	0.115512	4.058**	3.051595	1.904447
北	**蒙地卡羅法**	0.074057	0.017771	0.021888	4.329**	4.099578	2.235080

商	**變異數-共變異數法**	0.066287	0.010112	-0.034954	4.610**	5.309004	2.575114**
銀	**ARMA-GARCH 模型**	0.065910	0.012203	-0.054073	2.440	0.005345	-0.072818
農	**歷史模擬法**	0.075294	0.017769	0.102330	2.706**	0.063170	0.254725
民	**蒙地卡羅法**	0.083893	0.019135	-0.036459	2.709**	0.063170	0.254725
銀	**變異數-共變異數法**	0.073761	0.010821	-0.011056	2.986**	0.330836	0.592796
行	**ARMA-GARCH 模型**	0.073057	0.015308	-0.064927	1.900	0.584036	-0.731888
高	**歷史模擬法**	0.065842	0.014676	0.157337	3.517**	1.372070	1.243181
雄	**蒙地卡羅法**	0.069915	0.018598	-0.049300	2.706**	0.061496	0.251281
銀	**變異數-共變異數法**	0.062534	0.012214	0.000813	4.334**	4.114432	2.239599
行	**ARMA-GARCH 模型**	0.062497	0.015575	-0.079547	2.979**	0.323028	0.585538
聯	**歷史模擬法**	0.069881	0.020329	0.122952	3.247**	0.761090	0.912548
邦	**蒙地卡羅法**	0.074872	0.020705	0.071428	1.894	0.598636	-0.740618
銀	**變異數-共變異數法**	0.066784	0.013837	0.062311	2.435	0.006351	-0.079352
行	**ARMA-GARCH 模型**	0.065314	0.018797	-0.019148	2.435	0.006351	-0.079352

**表顯著拒絕水準達 1%

一、象徵性比較指標

1. VaR 平均數絕對值（∣μ∣）

歷史模擬法與蒙地卡羅法在這項指標上皆明顯高過變異數與 ARMA-GARCH 模型，顯示前兩種模型有過於保守的傾向。

2.VaR 標準差（σ）

在各組資料中，四種模型的 VaR 變異數皆以蒙地卡羅為最高，表示四種模型中以蒙地卡羅模擬法最不穩定。

3.實際報酬率與 VaR 的相關係數（ρ）

在四種模型中，由於歷史模擬法是依據過去實際的歷史資料進行 VaR 的估測，因此在相關係數最高，顯示歷史模擬 VaR 與實際資料的連動性相當高。而在各組資料中，ARMA-GARCH 法皆呈現負相關的現象。

4.回溯檢定（Back test）

以一年 250 筆資料計算，在α＝0.01 之下一年所能容忍的例外數個數為 2.5 次，在表中每年出現例外數個數超過 2.5 次的模型均以**表示。由表 4-7-1 中可以發現四個模型中回溯檢定的測試值以 ARMA-GARCH 模型表現最好，僅於高雄銀行出現過多的例外數，顯示 ARMA-GARCH 模型精準的預測可以有效降低例外數

的出現。

二、驗證性比較指標

1. LR 檢定（Likelihood Ratio test）：

在虛無假設成立下， LR 檢定統計量為自由度1 的卡方分配，在95%信賴度下，N/T 比率過大或過小將導致 LR 大於3.84146 而被拒絕；在99%信賴度下，LR 大於6.6349 會被拒絕。在本研究所採用的四種模型中，各 LR 統計量均落於α＝0.01的拒絕域之內，亦即各模型的預測的準確度接在可接受範圍內。在各組資料中，ARMA-GARCH模型的 LR 統計量始終保持著低於1的水準，顯示ARMA-GARCH的準確度在各組樣本資料中皆相當的穩定。LR 檢定並非是個檢測模型的良好指標，由於LR統計量當n/T過小時，也會出現LR統計太大而落入拒絕域的檢定誤差問題，因此即使甲模型LR統計量高於乙模型，也無法確定乙模型的預測績效高於甲模型。

2. Z 檢定（ Z test）

在 Z 檢定中各模型的 Z 統計量，除台北商銀的變異數-共變異數法外，皆未落入 $Z_{0.01} = 2.33$ 的拒絕域中，顯示雖然四種模型在各組樣本資料中，雖然可能出現過多的例外點，但是其例外點的出現的機率除台北商銀的變異數-共變異數法外，其餘仍然明顯低於α＝0.01，屬於可接受的範圍內。

肆、結論

經過上述比較，可知：

一、在各項指標的比較上，無論是象徵性或驗證性比較指標，ARMA-GARCH 模型的整體表現都要比其他三個模型來得好；而由回顧檢定來看，ARMA-GARCH 也表現出極佳的預測效果。

二、樣本期間為 1999　2002 年之間的股價資料，適逢亞洲金融風暴不久，各國金融產業蒙受相當大的市場衝擊，也因此在報酬率上的波動更加劇烈，極端值的出現更加不易捉摸，而發現良好績效的 VaR 預測模型的更加刻不容緩。ARMA-GARCH 在極端值的預測上有著令人信服的效果，經過各項指標的比較，也顯示出 ARMA-GARCH 的確是一個績效良好的模型，值得重視。

伍、參考文獻

財政部金融局，民 87，「銀行自有資本與風險性資產計算方法說明」，有限責任財政部金融局員工消費合作社。

Berkowitz, J., and O'Brien J., 2002, "**How Accurate Are Value-at-Risk Models at Commercial Banks?"** *Journal of Finance*, Vol. LVⅡ, No.3, pp.1093-1111.

Bollerslev, Tim, 1986, "Generalized autoregressive conditional heterosceda-sticity," *Journal of Econometrics*, April, vol 31,pp307-327.

Cassuto, Alexander E, 1995, "Non-normal error patterns: How to handle them", *Journal of Business Forecasting Methods & Systems*, V.14, N.2, pp. 15-16

Dickey, D.A. and W.A. Fuller, 1979, "Distribution of the Estimators for Autoregressive Times Series with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, Vol.74, pp.427-431.

Engle, R., 1982, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimation of the Variance in U.K. Inflation," *Econometrica*, Vol. 50, 1982, pp.987-1008.

Engel, J. and Gizycki M., 1999, "*Conservatism, Accuracy and Efficiency: Comparing Value-at-Risk Models*," Working Paper, Australian Prudential Regulation Authority.

Hendricks, D., 1996, "**Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data,"** *Economics Ploicy Review*, pp. 39-69.

Hull, J. and A. White, 1998, "Value at Risk When Daily Changes in Market Variables Are Not Normally Distributed," *The Journal of Derivatives, spring*, pp.9-19.

Jorion, P., 1997, "***Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*,"** IRWIN publishing.

J.P. Morgan and Reuters, 1996, "***Riskmetrics Technical Document*,"** 4th edtion.

Kupiec, Paul H., 1995, "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," *The Journal of Derivatives*, winter, pp.73-84.

Ljung, G. M., and G. E. P. Box, 1978, "On a Measure of Lack of Fit in Time-Series Models," *Biometrika*, vol. 65, pp.297-303.