

相關變率

1. 一圓形之氣球以 10 立方公呎/分 之速率灌入空氣使其膨脹，當氣球半徑為 1 的時候，
半徑的瞬間變化率 為何？

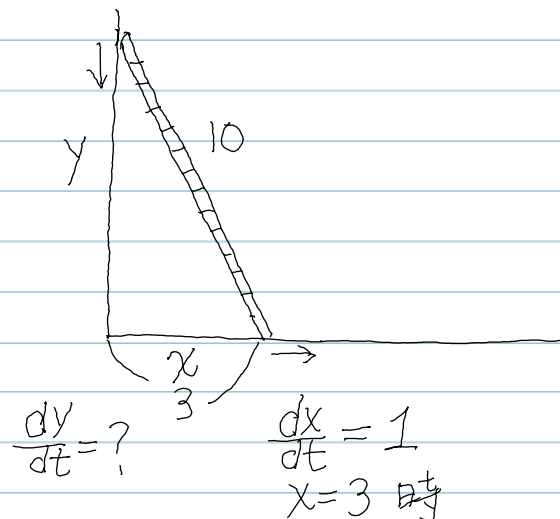
Sol.

$$(1) V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$(2) \left[\frac{dV}{dt} \right] = \frac{4}{3}\pi \cdot 3r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$(3) 10 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1 \cdot \left[\frac{dr}{dt} \right]$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{10}{4\pi} = \frac{5}{2\pi} \text{ 公呎/分}$$



2. 一 10 公呎之梯子倚靠牆壁下滑，底部以
1 公呎/秒的速率離開牆壁，當梯子底部
離牆壁 3 公呎時，梯子的頂端沿著牆壁
向下移動之速度多快

Sol. $x^2 + y^2 = 100$ $9 + y^2 = 100$ $y^2 = 91$ $y = \sqrt{91}$

$$2x \left[\frac{dx}{dt} \right] + 2y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$6 \cdot 1 + 2 \cdot \sqrt{91} \frac{dy}{dt} = 0$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-3}{\sqrt{91}} \text{ 公呎/秒}$$

Ans: 向下 $\frac{3}{\sqrt{91}}$ 公呎/秒