

精熟學習

1. 下列敘述何者不正確 (A) 函數若可微分，此函數必連續 (B) 函數發生極值之位置稱為臨界值 (C) 若函數連續，則此函數必可微分 (D) 臨界值出現的位置出現在微分為 0 或不可微分的點

SOL:

- (A) 函數必須在連續才可微分(正確)
(B) 臨界值是可能發生極值的位置(正確)
(C) 若函數連續，則此函數不一定可微分，如 $y = |x|$ 即為非常好的反例
(D) 微分值为 0 或出現尖點(不可微分)的位置稱臨界值(正確)
故選(C)

-
2. 若 $\frac{dy}{dx} = \frac{(x-1)(x-2)}{x-3}$ ，則此函數有幾個臨界值？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 不能判斷

SOL: 觀察 $\frac{dy}{dx}$

- (1) 使 $\frac{dy}{dx} = 0$ 有 $x = 1$ 與 $x = 2$ 兩個臨界值
(2) 使 $\frac{dy}{dx}$ 分母為 0 (不可微分) 有 $x = 3$ ，1 個臨界值
(3) 共有 3 個臨界值
故選(C)

-
3. 若 $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ ，則能確定此函數

- (A) 必為增函數 (B) 必為減函數 (C) 必為上凹函數 (D) 必為下凹函數

SOL:

- (A) $\frac{dy}{dx} > 0$ 表示 $y = f(x)$ 為遞增函數
(B) $\frac{dy}{dx} < 0$ 表示 $y = f(x)$ 為遞減函數
(C) $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$ 表示 $y = f(x)$ 為上凹函數
(D) $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$ 表示 $y = f(x)$ 為下凹函數

故選(C)

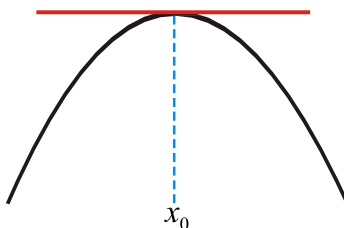
4. 若 $f'(x_0) = 0$ ，且 $f''(x_0) < 0$ ，則能確定此函數在 $x = x_0$

(A) 為極大值 (B) 為極小值 (C) 為反曲點 (D) 不能判斷

SOL:

$f'(x_0) = 0$ 表示在 $x = x_0$ 有水平切線， $f''(x_0) < 0$ 表示在 $x = x_0$ 下凹

如圖



故可以確認在 $x = x_0$ 出現極大值

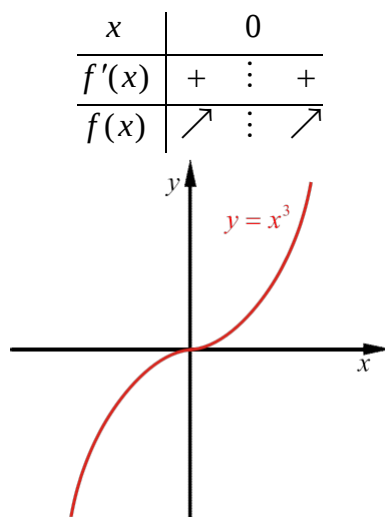
故選(A)

5. 下列函數何者在 $(0, \infty)$ 不是遞增函數

(A) $f(x) = x^3$ (B) $f(x) = e^x$ (C) $f(x) = \ln x$ (D) $f(x) = x^2 - 2x + 6$

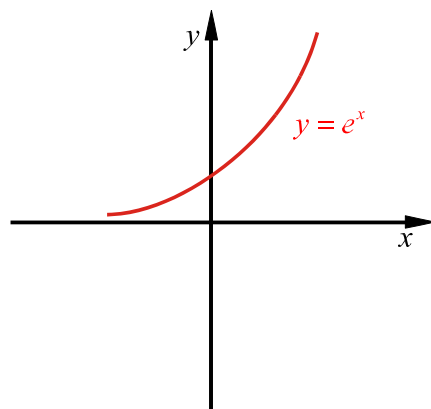
SOL:

(A) $f'(x) = 3x^2$ ，臨界值 $x = 0$



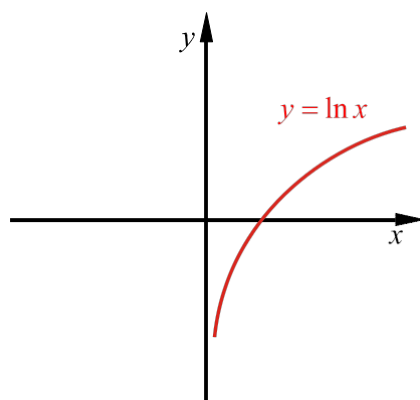
在 $(0, \infty)$ 是遞增函數

(B) $f'(x) = e^x$ 恆正，無臨界值，在 $(-\infty, \infty)$ 都是遞增函數



(C) $f'(x) = \frac{1}{x}$, 但 $f(x) = \ln x$ 定義域在 $(0, \infty)$

x	0		
$f'(x)$	NA	$\vdots$	+
$f(x)$	NA	$\vdots$	$\nearrow$

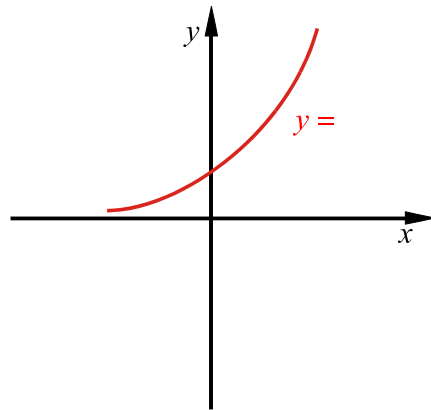


在 $(0, \infty)$ 是遞增函數

(D) $f(x) = x^2 - 2x + 6$, $f'(x) = 2x - 2 = 2(x - 1)$

臨界值 $x=1$

x	1		
$f'(x)$	-	$\vdots$	+
$f(x)$	$\searrow$	$\vdots$	$\nearrow$



在 $(0, \infty)$ 有一段不是遞增函數

故選(D)