精熟學習

1.設 $f(x)=2\sin(x^2+4x-2)$，則 $f'(x)=$　　(正弦函數之微分)

SOL: 依據連鎖率

$$f'(x)=2\left[\cos(x^2+4x-2)\right](x^2+4x-2)'$$

$$=2\left[\cos(x^2+4x-2)\right](2x+4)$$

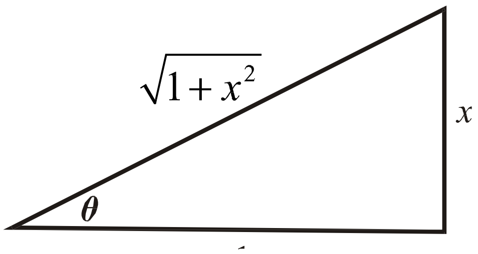
2.設 $f(x)=Tan^{-1}x$，則 $f'(x)=$(反正切函數之微分)

(A) $Cot^{-1}x$　(B) $-\dfrac{1}{1+x^2}$　(C) $\sec^2 x$　(D) $\dfrac{1}{1+x^2}$

SOL: 先建立恆等式

$\tan(Tan^{-1}x)=x$　，等號兩邊微分

$\Rightarrow\ \sec^2(Tan^{-1}x)\cdot(Tan^{-1}x)'=1$，設 $Tan^{-1}x=\theta$　$\Rightarrow \tan\theta=x$



$\Rightarrow\ \left[Tan(x)\right]'=\dfrac{1}{\sec^2\theta}=\cos^2 x=\dfrac{1}{1+x^2}$

故選(D)

3.求 $y=\sin x$ 在點 $(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{1}{2})$ 之切線方程式　　(三角函數之切線方程式)

SOL: $y=\sin x\ \Rightarrow\ y'=\cos x$，代入點 $x=\dfrac{\pi}{6}$，令 $y'=m$

$m=\cos\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

利用點斜式，得到切線方程式

$$y-\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}(x-\frac{\pi}{6})$$

4.設 $f(x)=\sec x$，則 $f'(x)=$

(A) $\sec x\tan x$ (B) $\sec^2 x$ (C) $\tan^2 x$ (D) $\cos x$

SOL:

$$f(x)=\sec x=\frac{1}{\cos x} \Rightarrow f'(x)=\frac{0\cdot\cos x-1\cdot(\cos x)'}{(\cos x)^2}=\frac{0\cdot\cos x-1\cdot(\cos x)'}{\cos^2 x}$$

$$f'(x)=\frac{\sin x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos x}\cdot\frac{\sin x}{\cos x}=\sec x\tan x$$

故選(A)

5.求 $y=Sin^{-1}x$ 在點 $(\frac{1}{2},\frac{\pi}{6})$ 之切線斜率方程式為(反三角函數之切線方程式)

SOL:

$y=Sin^{-1}x \Rightarrow y'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$，代入點 $x=\dfrac{1}{2}$，令 $y'=m$

$$m=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{4}}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$$

利用點斜式，得到切線方程式

$$y-\frac{\pi}{6}=\frac{2}{\sqrt{3}}(x-\frac{1}{2})$$