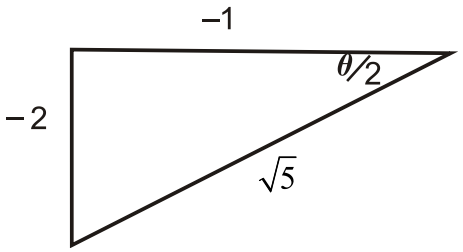
精熟學習

01.設 $90°<\theta<180°$，且 $\tan\frac{\theta}{2}=2$，下列各式中何者最大？ (倍角公式)

(A) $\sin\frac{\theta}{2}$　(B) $\sin\theta$　(C) $\sin 2\theta$　(D) $\sin 3\theta$

SOL:

θ 為第三象限角，如圖



故 $\sin\frac{\theta}{2}=\frac{-2}{\sqrt{5}}$，$\cos\frac{\theta}{2}=\frac{-1}{\sqrt{5}}$

(A) $\sin\frac{\theta}{2}=\frac{-2}{\sqrt{5}}$

(B) $\sin\theta=2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=2\cdot\frac{-1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{-2}{\sqrt{5}}=\frac{4}{5}$

(C) $\because\cos\theta=\cos 2\frac{\theta}{2}=1-2\sin^2\frac{\theta}{2}=1-2\cdot\frac{4}{5}=-\frac{3}{5}$

$\therefore\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{-24}{25}$

(D) $\sin 3\theta=3\sin\theta-4\sin^3\theta=3\left(\frac{4}{5}\right)-4\left(\frac{4}{5}\right)^3=\frac{44}{125}$

故選(B)

02.設 $\tan\alpha=\frac{1}{9}$，$\tan(\alpha+\beta)=1$，則 $\tan\beta$ 的值為(正切複角公式)

SOL:複角公式

$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=1$

$\frac{1/9+\tan\beta}{1-1/9\tan\beta}=1\Rightarrow\frac{1+9\tan\beta}{9-\tan\beta}=1$

$1+9\tan\beta=9-\tan\beta$

$10\tan\beta=8\Rightarrow\tan\beta=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

---

03. $2\sin\theta\cos\theta$ 恆等於　(正弦倍角公式)

(A) $\cos 2\theta$　(B) $\sin 2\theta$　(C) $\tan 2\theta$　(D) $\sec 2\theta$

SOL:根據複角公式

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ ，令 $\alpha=\beta=\theta$

$\cos(\theta+\theta)=\cos\theta\cos\theta-\sin\theta\sin\theta \Rightarrow \cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ ，令 $\alpha=\beta=\theta$

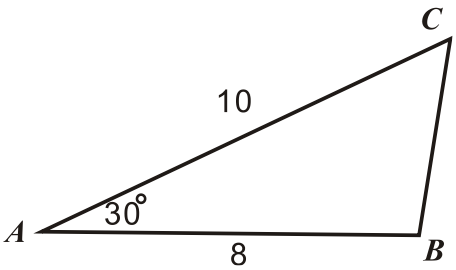
$\sin(\theta+\theta)=\sin\theta\cos\theta+\cos\theta\sin\theta \Rightarrow \sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$

故選(B)

4.在 ΔABC 中，已知 $b=10$ ， $c=8$ ， $\angle A=30°$，則 ΔABC 之面積 =　(三角形之面積)

(A) 20　(B) 22　(C) 30　(D) 40

SOL:　ΔABC 如下概圖



$\Delta ABC=\frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{AC}\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 10\cdot\frac{1}{2}=20$

故選(A)

(D) 5.反三角函數值 $\cos^{-1}\frac{1}{2}=?$　(A) $\frac{\pi}{6}$　(B) $\frac{\pi}{5}$　(C) $\frac{\pi}{4}$　(D) $\frac{\pi}{3}$　(反三角函數)

SOL:

$\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6}$

$\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4}$

$\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \cos^{-1}\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3}$

故選(D)