精熟學習

1.設 $x^3+3y^2=11$，則在點 $(2,1)$ 之切線斜率為 (隱函數的微分)

SOL:等號兩邊同時微分

$3x^2+6yy'=0$，代入 $(2,1)$，$y'=m$

$12+6m=0$，得到 $m=-2$

2.設 $xy^2=3$，則在點 $(3,1)$ 之切線斜率為 (隱函數的微分與乘法微分公式)

SOL:等號兩邊同時微分

$1\cdot y^2+x\cdot 2yy'=0$，代入 $(3,1)$，令 $y'=m$

$1+3\cdot 2\cdot m=0$，得到 $m=-\frac{1}{6}$

3.設 $x^2+y^2=169$，則在點 $(5,-12)$ 之切線方程式為(隱函數的切線方程式)

SOL:等號兩邊同時微分

$2x+2yy'=0$，代入 $(5,-12)$，令 $y'=m$

$10-24m=0$，得到 $m=\frac{5}{12}$

利用點斜式

$$y+12=\frac{5}{12}(x-5)$$

4.設 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=5$，則在點 $(9,4)$ 之切線斜率為(隱函數的切線斜率)

SOL:等號兩邊同時微分

$\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}y'=0$，整理得 $\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{2\sqrt{y}}y'=0$，代入 $(9,4)$，且令 $y'=m$

$$\frac{1}{2\sqrt{9}}+\frac{1}{2\sqrt{4}}m=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{1}{6}+\frac{m}{4}=0 \quad\Rightarrow m=-\frac{2}{3}$$

5.設 $y = x^x$ ，則 $\frac{dy}{dx} = ?$ (對數微分法)

SOL : (1) 等號兩邊取對數

$\ln y = \ln x^x \quad \Rightarrow \quad \ln y = x \ln x$

(2) 等號兩邊微分

$\frac{1}{y} y' = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} \quad \Rightarrow \quad y' = y\left(1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}\right)$

$\Rightarrow y' = y(\ln x + 1)$