

精熟學習

1. 設 $f(x) = e^{x^2+3x+2}$, 則 $f'(x) = ?$

SOL: 利用連鎖率直接獲得答案

$$f'(x) = e^{x^2+3x+2} (2x+3)$$

2. 設 $f(x) = 3^{x^2+3x+2}$, 則 $f'(x) = ?$

SOL: 利用連鎖率

$$f'(x) = 3^{x^2+3x+2} (2x+3) \ln 3$$

3. 設 $f(x) = 3^{3^x}$, 則 $f'(x) = ?$

SOL: 利用連鎖率

$$f'(x) = 3^{3^x} (3^x)' \ln 3 = 3^{3^x} (3^x) \ln 3 \cdot \ln 3 = 3^{3^x} (3^x) (\ln 3)^2$$

或設 $y = 3^{3^x} \Rightarrow \ln y = 3^x \ln 3$

等號兩邊同時微分

$$\frac{1}{y} y' = 3^x \ln 3 \cdot \ln 3 \Rightarrow y' = y \cdot 3^x \ln 3 \cdot \ln 3 = 3^{3^x} 3^x (\ln 3)^2$$

4. 設 $f(x) = \log_5 x$, 則 $f'(x) = ?$

SOL: 換底公式

$$f(x) = \log_5 x = \frac{\ln x}{\ln 5}$$

$$f'(x) = \frac{(\ln x)'}{\ln 5} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln 5}$$

5. 設 $f(x) = \log_7(x^2 + 2x + 3)$, 則 $f'(x) = ?$

SOL: 換底公式

$$f(x) = \log_7(x^2 + 2x + 3) = \frac{\ln(x^2 + 2x + 3)}{\ln 7}$$