精熟學習

1. 換底公式為$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$，試以對數律證明之

SOL:設$\log_a b = x \Rightarrow a^x = b$，兩邊同時取對數，得到

$\log_c a^x = \log_c b$

根據對數律

$x\log_c a = \log_c b \Rightarrow x = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

2.試求 $(\log_2 5)(\log_5 14)(\log_{14} 8)$

SOL: 換底公式

$(\log_2 5)(\log_5 14)(\log_{14} 8)=\dfrac{\log 5}{\log 2}\cdot\dfrac{\log 14}{\log 5}\cdot\dfrac{\log 8}{\log 14}=\dfrac{\log 8}{\log 2}=\log_2 8=3$

3.假設$\log_2 x+\log_2 x^2=9$，則 $x=?$

SOL: 根據對數律

$\log_2 x+\log_2 x^2=9 \quad\Rightarrow\quad \log_2 x+2\log_2 x=9$

$3\log_2 x=9 \quad\Rightarrow\quad \log_2 x=3 \quad\Rightarrow\quad x=8$

4.試求 2^{100} 為幾位數?第一位數字為多少?(log3=0.4771)

SOL: 根據對數律

$3^{100}=10^{\log 3^{100}}=10^{100\log 3}=10^{47.71}=10^{0.71}\cdot 10^{47}$

$\because 10^{0.4771}\doteq 3,\quad 10^{0.6020}\doteq 4,\quad 10^{0.6990}\doteq 5,\quad 10^{0.7781}\doteq 6$

$\therefore 10^{0.71}\cdot 10^{47}\doteq 5.\sim\times 10^{47}$

故為 48 位數，第一位數字為 5

5.解方程式$2(\log_2 x)^2+5(\log_2 x)-3=0$

SOL:$2(\log_2 x)^2+5(\log_2 x)-3=0$

$\left[2(\log_2 x)+1\right]\left[(\log_2 x)-3\right]=0$

$\log_2 x=-\dfrac{1}{2}$ ， $\log_2 x=3 \quad\Rightarrow x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ ， $x=8$