

第一週	主題一:數 主題二：函數 主題三：一元二次方程式 主題四：直線方程式
第二週	主題五：極限
第三週	主題六：連續性
第四週	主題七：漸近線
第五週	主題八：導函數
第六週	主題九：指數與對數
第七週	主題十：指數與對數的微分
第八週	主題十一：微分技巧延伸
第九週	主題十二：三角函數(一)
第十週	主題十三：三角函數(二)
第十一週	主題十四：三角函數的微分
第十二週	主題十五：相對極大與極小
第十三週	主題十六：絕對極值
第十四週	主題十七：近似值
第十五週	主題十八：相關變律
第十六週	主題十九：羅必達法則
第十七週	主題二十：不定積分
第十八週	主題二十一：不定積分的其他技巧

第一週 基礎數學

主題二：函數

PART 1：函數的基本觀念

B01

函數是透過對應機制，將定義域的元素對應到值域

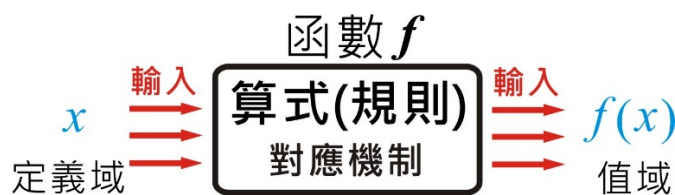


圖 3. 函數的對應

函數的對應需符合下列規則

- (1) 定義域的每個元素都要有對應
- (2) 不可一對多，但可以多對一

下列對應方式函數名稱同學必須要知道

- (1) 一對一函數：定義域的不同元素對應到不同值域的元素
- (2) 映成：值域的每個元素都有被對應到

PART 2：合成函數

B02

許多複雜的函數都是由函數合成所形成， $g(f(x))$ 觀念是經過 f 對應後，在使用 g 對應，也就是函數的函數。

例題: (合成函數)

已知 $g(x) = x^2$ ， $f(x) = 3x + 5$ ，則

- (1) $g(f(x)) = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $f(g(x)) = \underline{\hspace{2cm}}$

SOL:

(1) $g(f(x)) = g(3x + 5) = (3x + 5)^2$

(2) $f(g(x)) = f(x^2) = 3x^2 + 5$

PART 3：高斯函數

B03

"高斯函數"又稱階梯函數，是一種常用的不連續函數。

$f(x) = [x]$ ， $[x]$ 為不大於 x 之最大整數

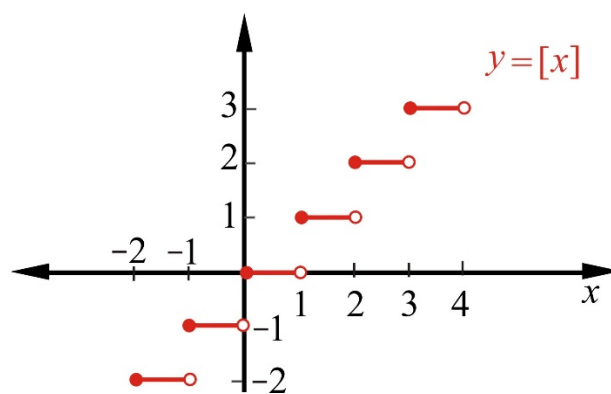


圖 5. 高斯函數之圖形

Ex. $[5.4] = 5$ ， $[-2.5] = [-3]$

PART 4：反函數

B04

反函數顧名思義就是函數的相反，就是將原本值域的值反對應到定義域的函數。(反函數存在的要件:一對一且映成)，若 f 的反函數存在，我們記作

		f^{-1} ，稱為 f-inverse，並能滿足合成函數(x 經過兩次對應回到 x) $f^{-1}(f(x)) = x$
	例題: (與反函數合成) 已知指數函數 $f(x) = 2^x$ 之反函數為對數函數 $g(x) = \log_2 x$，則 (1) $2^{\log_2 8} = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $2^{\log_2 7} = \underline{\hspace{2cm}}$ SOL: (1) $2^{\log_2 8} = 2^3 = \underline{\hspace{1cm}} 8$ (2)事實上不用計算 $2^{\log_2 X} = X$，故 $2^{\log_2 7} = \underline{\hspace{1cm}} 7$	
	PART 5：反函數求法	
	求 $y = f(x)$ 的反函數步驟 (1)解出 x (2)將 x 改寫為 y，y 改寫為 x	
	例題: (求反函數) 若 $f(x) = x^3$，則 $f^{-1}(x) = ?$ SOL: 令 $y = x^3$ (1)解出 x: $y = x^3 \Rightarrow x = y^{1/3}$ (2)改寫 $y = x^{1/3}$，也就是 $f^{-1}(x) = x^{1/3}$	